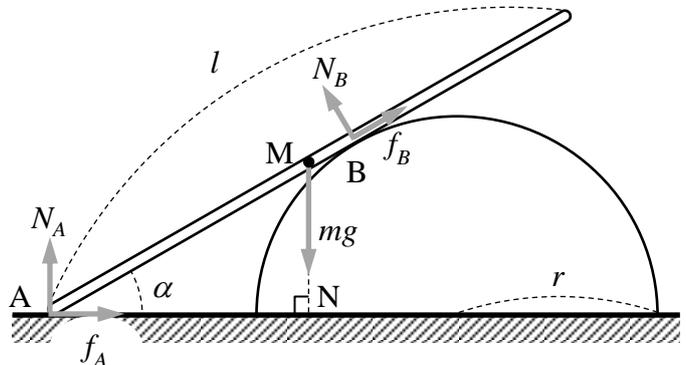


【課題-20160525HW②(0406 休講の補講代わりのレポート)】

図に示すように、半径 r の半球面上に長さ l の棒が立てかけられている。床面および球面と棒との間の静止摩擦係数をいずれも μ_s とし、いまにも棒が滑り始める状態であるとき、静止摩擦係数 μ_s と図中の角度 α との関係式を求めよ。



【解答例】

棒と床面との接点を A，半球面との接点を B，棒の中心 M および M から床面に下ろした垂線の足を N とし，棒に作用する力を右上図のように設定する．このとき，A 点を回転中心とする力のモーメントの平衡条件（CCW を正）は次式で表される．

$$-\overline{AN} \times mg + \overline{AB} \times N_B = -\frac{mgl}{2} \cos \alpha + \frac{r}{\tan \alpha} N_B = 0 \quad (1)$$

$$\therefore N_B = \frac{mgl}{2r} \sin \alpha \quad (2)$$

また，棒に作用する水平方向の力の平衡条件（右向き正とする），鉛直方向の力の平衡条件（上向き正とする）は以下の式で表される．

$$f_A - N_B \sin \alpha + f_B \cos \alpha = 0 \quad (3)$$

$$N_A - mg + N_B \cos \alpha + f_B \sin \alpha = 0 \quad (4)$$

ここで，いまにも棒が滑り始める状態であることから，A 点および B 点における静止摩擦力はいずれも最大静止摩擦力となっていると判断できる．

$$f_A = \mu_s N_A \quad (5)$$

$$f_B = \mu_s N_B \quad (6)$$

式(3)および式(4)に式(2)，式(5)，式(6)を代入すると

$$\mu_s N_A - \frac{mgl}{2r} \sin^2 \alpha + \mu_s \frac{mgl}{2r} \sin \alpha \cos \alpha = 0 \quad (7)$$

$$N_A - mg + \frac{mgl}{2r} \sin \alpha \cos \alpha + \mu_s \frac{mgl}{2r} \sin^2 \alpha = 0 \quad (8)$$

が導かれ，式(7)－式(8)× μ_s より N_A を消去すると

$$-\frac{mgl}{2r} \sin^2 \alpha + \mu_s mg - \mu_s^2 \frac{mgl}{2r} \sin^2 \alpha = 0 \quad (9)$$

となる．式(9)を整理すると，静止摩擦係数 μ_s と角度 α との関係式が得られる．

$$\frac{1 + \mu_s^2}{\mu_s} \sin^2 \alpha = 2 \frac{r}{l} \quad (10)$$