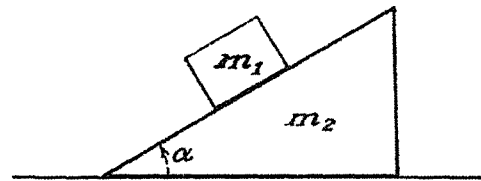


【課題-20160608HW】

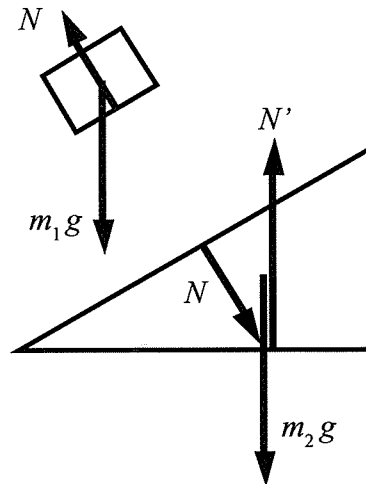
質量 m_2 [kg] のくさびが水平面上に置かれている。また、水平面と α [rad] の角をなすくさびの斜面上には質量 m_1 [kg] の物体が置かれている。摩擦がないとき、物体が斜面上を滑り降りると同時にくさびは右向きに動く。このとき、以下の問いに答えよ。



- (1) 物体の加速度を求めよ。
- (2) くさびの加速度を求めよ。

【解答例】

物体の自由物体図 (FBD: Free Body Diagram) より
物体の運動方程式は (水平右向き正, 鉛直下向き正)



$$\text{水平方向: } m_1 \ddot{x}_1 = -N \sin \alpha \quad (1)$$

$$\text{鉛直方向: } m_1 \ddot{y}_1 = m_1 g - N \cos \alpha \quad (2)$$

となり、くさびの自由物体図より、くさびの運動方程式は

$$\text{水平方向: } m_2 \ddot{x}_2 = N \sin \alpha \quad (3)$$

$$\text{鉛直方向: } m_2 \ddot{y}_2 = m_2 g + N \cos \alpha - N' = 0 \quad (4)$$

となる。式(4)より

$$\ddot{y}_2 = 0 \quad (5)$$

また、くさびから見た物体の相対加速度から

$$(\ddot{x}_2 - \ddot{x}_1) \tan \alpha = \ddot{y}_1 \quad (6)$$

の関係を得る。

式(1)+式(3)より

$$\ddot{x}_2 = -\frac{m_1}{m_2} \ddot{x}_1 \quad (7)$$

が得られ、式(1) $\times \cos \alpha$ - 式(2) $\times \sin \alpha$ より

$$\ddot{y}_1 = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \ddot{x}_1 + g \quad (8)$$

が導かれる。式(6)に式(7), 式(8)を代入すると

$$\ddot{x}_1 = -\frac{m_2 \sin \alpha \cos \alpha}{m_2 + m_1 \sin^2 \alpha} g \quad (9)$$

が得られ、式(9)を式(7), 式(8)に代入して

$$\ddot{x}_2 = \frac{m_1 \sin \alpha \cos \alpha}{m_2 + m_1 \sin^2 \alpha} g \quad (10)$$

$$\ddot{y}_1 = \frac{(m_1 + m_2) \sin^2 \alpha}{m_2 + m_1 \sin^2 \alpha} g \quad (11)$$

となる。