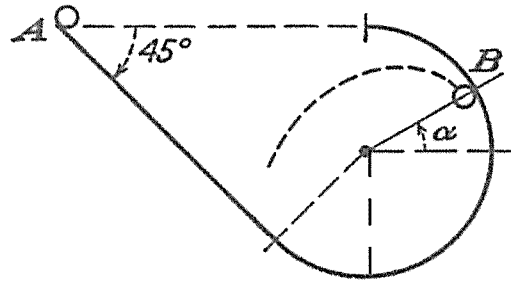


2016 年度エンジニアリングメカニクス (増本クラス)

学籍番号: _____ 氏名: _____

【課題-20160615HW】

右図のように、 45° の斜面が中心角 225° の円弧に接する滑らかな軌道がある。いま、ある物体を円弧の頂上と同じ高さの斜面上のA点から初期速度0で解放すると、B点で軌道を外れらるとする。このとき、B点を表す図中の角度 α を求めよ。



【解答例】

右図のように座標 θ を導入すると、物体が円軌道上を運動する際の運動方程式は

$$\text{接線方向} : mr\ddot{\theta} = -mg\sin\theta \quad (1)$$

$$\text{半径方向} : mr\dot{\theta}^2 = N - mg\cos\theta \quad (2)$$

物体が円軌道から外れるとき、壁からの垂直抗力が0となる。 $N=0$ を式(2)に代入して整理すると、

$$r\dot{\theta}^2 = -g\cos\theta \quad (3)$$

一方、力学的エネルギー保存則より、

$$\frac{1}{2}m(r\dot{\theta})^2 - mgr(1+\cos\theta) = 0 \quad (4)$$

となり、この式(4)を整理すると

$$r\dot{\theta}^2 = 2g(1+\cos\theta) \quad (5)$$

式(5)を式(3)に代入して

$$2g(1+\cos\theta) = -g\cos\theta \quad (6)$$

式(6)を $\cos\theta$ について解くと

$$\cos\theta = -\frac{2}{3} \quad (7)$$

したがって、

$$\alpha = \theta - 90 = \cos^{-1}\left(-\frac{2}{3}\right) - 90 = 131.81 - 90 = 41.81 \approx 41.8 \text{ [deg]} \quad (8)$$

となる。

